

目次

本書の使い方	9
統計学を学ぶ心がけ／予備知識／本書の学び方／のんびり取り組む／本書の難所／練習問題を解く／ 数学が得意なら／ご協力ください	

序章	はじめに	20
1.	統計学の必要性	20
2.	散らばり (バラツキ)	22
3.	基本的な用語と概念	23
① 観測値と標本 ② 母集団 ③ 統計学の目的 ④ 統計学の理論を支える土台 ⑤ 単純無作為標本		
4.	本書の2本柱	26
① 平均の比較 ② 2変数の関係		
5.	検定統計量	28

第 I 部 統計的仮説検定の論理

1 章	検定の論理 (二項検定を教材として)	30
1.	例題 1 : B 薬は A 薬より有効か?	30
① 例題 1.1 : 18 人に効果がある場合 ② 例題 1.2 : 14 人に効果がある場合 ③ 例題の解答		
2.	二項分布	32
① 二項係数 ${}_nC_x$ ② コブ斜面を降りる ③ ゴール 2 へ降りる確率 ④ 二項分布 ⑤ 二項分布の応用		
3.	期待値 $E[X]$	38
4.	練習問題 A	40
5.	二項検定	40
① STEP 1 : 帰無仮説 H_0 と対立仮説 H_A ② STEP 2 : 検定統計量 ③ STEP 3 : 帰無分布 ④ 二項分布の特徴 ⑤ STEP 4 : 棄却域と有意水準 ⑥ STEP 5 : 有意差の有無の判断		
6.	検定の論理 (まとめ)	46
7.	練習問題 B	47

2 章	検定統計量 (Wilcoxon-Mann-Whitney 検定を教材として)	49
1.	例題 2 : 肥料 A と肥料 B の収量に差はあるか?	49
① 栽培実験 ② 基本的な用語と記号		
2.	WMW 検定の目的	50
① 2 つの母集団 ② 2 つの標本 ③ 2 つの可能性		
3.	検定統計量	51
4.	WMW 検定の手順	52
① 帰無仮説 H_0 と対立仮説 H_A ② ノンパラメトリック統計 ③ WMW 検定の手順 ④ STEP 1 : 検定 統計量 U の計算 ⑤ U の定義 ⑥ STEP 2 : U の臨界値 $U_{0.05}$ ⑦ STEP 3 : 有意差の有無の判断		
5.	練習問題 C	56
6.	数学者たちに感謝	56

7.	WMW 検定の定性的理解	57
	① 可能な結果の全て ② 検定統計量 U の性質 ③ 帰無分布 ④ 棄却域	
8.	WMW 検定の実践的な技術	63
	① 標本サイズ n が大きい場合の U_1 と U_2 の計算 ② タイ (等しい値) がある場合の U の計算	
9.	WMW 検定を発明した自然科学者たち	66
	① Frank Wilcoxon ② Henry Berthold Mann と Donald Ransom Whitney	
10.	統計学を学ぶための心がけ	68
11.	WMW 検定の手順 (まとめ)	69
12.	練習問題 D	70

3章 第1種の過誤と第2種の過誤 71

1.	検定の論理の復習	71
	① 二項検定の復習 ② 説明のスタイル	
2.	4つの可能性	73
3.	第1種の過誤	73
	① 帰無仮説 H_0 が間違っているとき ② 帰無仮説 H_0 が正しいときの「有意差なし」 ③ 帰無仮説 H_0 が正しいときの「有意差あり ($P < 0.05$)」 ④ 「有意差あり ($P < 0.05$)」の意味	
4.	第2種の過誤	76
	① 帰無仮説 H_0 が正しいとき ② 帰無仮説 H_0 が間違っているときの「有意差あり ($P < 0.05$)」 ③ 帰無仮説 H_0 が間違っているときの「有意差なし」 ④ 第1種の過誤と第2種の過誤の性質の違い ⑤ 「有意差なし」は帰無仮説 H_0 の証明ではない	
5.	データの解釈と言葉遣いに、気をつける	83
	① 「有意差あり ($P < 0.05$)」のとき ② 「有意差なし」のとき	

第Ⅱ部 統計学の理論的基礎

4章 平均・分散・標準偏差・自由度 86

1.	例題4: 3つの観測値	86
2.	母集団と標本	87
3.	平均	87
	① 母平均 μ (算術平均) ② 母平均 μ (期待値) ③ 標本平均 $\bar{x}$ ④ 不偏推定量	
4.	分散と標準偏差の基礎	90
	① μ が既知だと仮定する ② 偏差 ③ 平均偏差 (偏差を絶対値で正にする) ④ 分散 (偏差を2乗で正にする) ⑤ 標準偏差	
5.	母分散 σ^2 と母標準偏差 σ	92
	① 偏差と偏差平方和 SS ② 母分散 σ^2 (算術平均) ③ 母分散 σ^2 (期待値) ④ 母標準偏差 σ	
6.	標本分散 s^2 と標本標準偏差 s	94
	① 偏差の起点に代役を使う ② 偏差平方和 SS と自由度 df	
7.	母数と統計量	96
	① 母数 ② 統計量	
8.	自由度 df の概念を確立してきた自然科学者たち	98
	① Friedrich Bessel ② Ronald Aylmer Fisher	
9.	自由度 df	100
	① 制約条件と自由度 ② 偏差に課された制約条件 ③ 統計学における自由度の意味	

10. 標本分散 s^2 の計算の手順 (まとめ)	105
11. 練習問題 E	106

5章 正規分布と統計理論の初歩 107

1. 正規分布	107
① 二項分布から正規分布へ ② 確率密度 ③ 母数 (パラメータ) ④ $\pm\sigma \cdot \pm 2\sigma \cdot \pm 3\sigma$ の範囲	
2. 標準正規分布	112
① $\mu=0$ で $\sigma=1$ の正規分布 ② 標準正規分布表 ③ 臨界値 $z_{0.05}$	
3. 練習問題 F	113
4. 標準化	114
① 標準化の簡単な例題 ② 標準化の視覚的な理解 ③ 標準化して得た z が従う確率分布	
5. 練習問題 G	117
6. 定理 1: 標本平均が従う確率分布	117
① 標本平均は散らばりが小さい ② 散らばりが小さくなる理由 ③ 標本平均 $\bar{x}$ が従う確率分布 ④ 大数の法則 ⑤ 標本分布と標準誤差	
7. 練習問題 H	121
8. 定理 2: 中心極限定理	122
9. 定理 3: 正規分布の再生性	125
10. 練習問題 I	126
11. 定理 4: 2 つの標本平均の差が従う確率分布	126
12. 練習問題 J	128
13. 定理 (まとめ)	129

6章 t 分布と母平均 μ の 95% 信頼区間 130

1. 例題 6: 7 つの観測値の背後にいる母平均 μ は?	130
2. 母標準偏差 σ が既知の場合の 95% 信頼区間	131
① 前提条件 ② 標本平均の確率分布 ③ 標本平均の標準化 ④ σ が既知の 95% 信頼区間 ⑤ 例題の解答 (σ が既知の場合)	
3. 練習問題 K	133
4. σ を s で代用してみる	133
① σ は s で代用するしかないが ② σ を s で代用した標準化	
5. Gosset が発明した t 分布	136
① Karl Pearson ② William Sealy Gosset	
6. 標準化と Student 化 (まとめ)	138
7. t 分布の定性的理解	139
① t 分布は背が低くて幅が広い ② t 分布は標本サイズ n によって形が少しずつ変化する ③ 母数 (パラメータ) は自由度 df ④ 臨界値 $t_{0.05}(df)$	
8. 母標準偏差 σ が未知の場合の 95% 信頼区間	142
① 公式の導出 ② 例題の解答 (σ が未知の場合)	
9. 95% 信頼区間の「95%」の意味	144
10. 母平均 μ の 95% 信頼区間の手順 (まとめ)	146
11. 練習問題 L	147

第Ⅲ部 母平均 μ に対する統計解析

7章 関連2群の t 検定 (対応のある t 検定) 150

1. 関連2群 (対応のあるデータ) の特徴 150
① 例題 7.1 : サプリメントの効果 ② 例題 7.2 : 肥料の効果
2. 対応する2つの観測値の差 d 152
① 観測値の差に注目 ② 2つの可能性
3. 帰無仮説 H_0 と対立仮説 H_A 152
① 前提条件 ② 帰無仮説 H_0 と対立仮説 H_A
4. σ_d が既知の場合 154
① 検定統計量 z と帰無分布 ② 例題の解答 (σ_d が既知の場合)
5. 練習問題 M 156
6. σ_d が未知の場合 156
① 検定統計量 t と帰無分布 ② 関連2群の t 検定の手順 (まとめ) ③ 例題の解答 (σ_d が未知の場合)
7. 練習問題 N 160
8. 検定統計量 t の定性的理解 (3つの判断基準) 160
① 差 d の標本平均の効果 ② 差 d の標本標準偏差の効果 ③ 標本サイズの効果
9. 検定統計量 t の性質 (まとめ) 167

8章 独立2群の t 検定 (対応のない t 検定) 168

1. 独立2群 (対応のないデータ) の特徴 168
① 例題 8.1 : サプリメントの効果 ② 例題 8.2 : 精神障害
2. 標本平均の差 170
① 2つの可能性 ② 独立2群の t 検定の前提条件 ③ 標本平均の差の確率分布
3. 帰無仮説 H_0 と対立仮説 H_A 173
4. σ が既知の場合 173
① 検定統計量 z と帰無分布 ② 例題の解答 (σ が既知の場合)
5. 練習問題 O 176
6. σ が未知の場合 176
① σ の推定 (その1) : 2つの標本標準偏差 ② σ の推定 (その2) : 合算標準偏差 s_p
③ 検定統計量 t と帰無分布 ④ 独立2群の t 検定の手順 (まとめ) ⑤ 例題の解答 (σ が未知の場合)
7. 練習問題 P 186
8. 検定統計量 t は煩雑 186
9. 練習問題 Q : Student の t をシンプルにする 186
10. 検定統計量 t の定性的理解 (3つの判断基準) 187
① 標本平均の差 ② 標本標準偏差 ③ 標本サイズ
11. 検定統計量 t の性質 (まとめ) 190

9章 P 値 191

1. 検定の枠組み 191
2. 2択だけの判断は不十分 192
① 有意差がない場合 ② 有意差がある場合

3. P 値	194
① P 値の定義 ② P 値を得たら、まず0.05と比較する ③ 例題8.1の場合 ④ 「有意差あり」の表記法 ⑤ 「有意差なし」の表記法	

10章 一元配置分散分析 197

1. 一元配置分散分析のデータの特徴	197
① 例題 10.1：サプリメントの効果 ② 例題 10.2：ニジマスに与える餌	
2. 2つの可能性	199
3. 一元配置分散分析の前提条件	199
4. 帰無仮説 H_0 と対立仮説 H_A	200
5. 新しい記号： $k, N, \bar{x}$	201
① 標本の数（群） k ② 観測値の総数 N と総平均 $\bar{x}$	
6. 一元配置分散分析の大まかな流れ	203
① 誤差平均平方（群内分散） MS_{within} ② 処理平均平方（群間分散） $MS_{between}$ ③ 全平均平方 MS_{total} ④ 分散分析表 ⑤ 検定統計量 F	
7. 誤差平均平方（群内分散） MS_{within}	207
① 偏差平方和 SS_{within} ② 自由度 df_{within} ③ 誤差平均平方（群内分散） MS_{within}	
8. 練習問題 R	210
9. 処理平均平方（群間分散） $MS_{between}$	210
① 予備知識の復習 ② 母分散 σ^2 の推定 ③ 処理平均平方（群間分散） $MS_{between}$ ④ 偏差平方和 $SS_{between}$ と自由度 $df_{between}$	
10. 練習問題 S	214
11. 全平均平方 MS_{total}	216
12. 練習問題 T	218
13. 分散分析表と検定統計量 F	218
14. 検定統計量 F の定性的理解	219
① 分母の MS_{within} の役割 ② 分子の $MS_{between}$ の役割 ③ 例題 10.1 の場合 ④ F 分布と臨界値 $F_{0.05}$	
15. 一元配置分散分析の手順（まとめ）	226
16. 練習問題 U	227
17. 標本サイズが不揃いのときの計算	228

11章 多重比較（Bonferroni補正とTukey-Kramer法） 229

1. 多重比較のデータの特徴	229
① 例題 11.1：サプリメントの効果 ② 例題：11.2. ニジマスに与える餌	
2. アルファベットを使った結果の表示	230
3. 多重比較の出発点	231
4. 多重性という課題	232
① 帰無仮説 H_0 が正しいとき ② 第1種の過誤と有意水準 α ③ FWER（全体としての有意水準） ④ ライフルで的を狙う ⑤ 多重性（まとめ）	
5. Bonferroni補正	235
① Bonferroni補正の方法 ② 多重比較の欠点	
6. Tukey-Kramer法	237
① Tukey-Kramer法的前提条件 ② 帰無仮説 H_0 と対立仮説 H_A ③ 検定統計量 q	

7. Tukey-Kramer法の計算	241
① 対戦表 ② 検定統計量 q の分子 ③ 検定統計量 q の分母 ④ 検定統計量 q ⑤ 臨界値 $q_{0.05}(k, df_{\text{within}})$	
8. Tukey-Kramer法の手順 (まとめ)	243
9. アルファベットの割り当て	244
① 割り当ての方法 ② アルファベットの役割 (まとめ)	
10. 練習問題 V	248

第Ⅳ部 2つの変数 x と y の間の関係

12章 相関分析	250
1. 例題 12: 2つの変数の関係は?	250
① 例題 12.1: かき氷の売上と気温 ② 例題 12.2: ホタルと農業	
2. 新しい記号: (x_i, y_i)	251
3. 正の相関と負の相関	251
4. 強い相関と弱い相関	252
5. 相関係数 r の性質	253
6. 標本共分散 s_{xy}	255
① 偏差の積 ② 偏差の積の和 ③ 自由度 ④ 共分散の性質 (その1): 無相関のとき ⑤ 共分散の性質 (その2): 正の相関があるとき ⑥ 共分散の性質 (その3): 負の相関があるとき	
7. 相関係数 r	263
① 共分散 s_{xy} は単位に依存する ② s_{xy} を標準偏差 s_x と s_y で割る理由	
8. 相関係数 r の計算	267
9. 練習問題 W	267
10. 相関の検定	267
① 相関分析の前提条件 ② 母相関係数 ρ ③ 帰無仮説 H_0 と対立仮説 H_A ④ 検定統計量 t と帰無分布 ⑤ 例題 12.1 の解答	
11. より簡便な検定方法	269
12. 練習問題 X	270
13. 線形 vs. 非線形 (相関係数 r の苦手な状況)	271
14. 対数変換	271
① 実例 (その1): 北海道の湖沼 ② 実例 (その2): ガラパゴス諸島	
15. Spearman の順位相関係数	275
① 順位で散布図を描く ② 順位相関係数 r_s の計算	
16. 相関は因果関係の証明にはならない	277

13章 単回帰分析	279
1. 例題 13: 他の変数から予測できるか?	279
① 例題 13.1: かき氷の売上と気温 ② 例題 13.2: 定量実験における基本的な作業	
2. 単回帰分析の前提条件	281
3. 最小2乗法	283
4. 回帰直線の性質	284
① 回帰直線が通る点 ② 回帰直線の傾き	

5. x と y を逆にしない	288
6. y -切片 a と傾き b の計算	289
7. 内挿と外挿	290
8. 決定係数 r^2	291
① 全平方和 SS_{total} ② 残差平方和 SS_{residual} ③ 回帰平方和 $SS_{\text{regression}}$ ④ 回帰の恒等式	
⑤ 決定係数 (その1) : 一般的な定義 ⑥ 決定係数 (その2) : もう1つの定義	
⑦ 決定係数 (その3) : 実際の計算方法	
9. 練習問題 Y	299
10. 単回帰分析における検定と推定	299
① 計算に必要な2つの統計量 SS_x と MS_{residual} ② 傾き b の必要性を確認する検定	
③ 母回帰係数 β の95%信頼区間 ④ 条件付き期待値 $E[y x]$ の95%信頼区間 (信頼帯)	
⑤ 観測値 y の95%予測区間 (予測帯)	

付録 解答と付表 305

解答	306
付表1 Wilcoxon-Mann-Whitney 検定の検定統計量 U の臨界値 $U_{0.05}$	321
付表2 標準正規分布表 (下側確率)	322
付表3 t 分布表 (パーセント点)	324
付表4 F 分布表 (パーセント点)	325
付表5 Student 化された範囲の分布の上側5%点	326
付表6 Pearson の積率相関係数 r の有意水準5% ($\alpha=0.05$) と1% ($\alpha=0.01$) の臨界値 $r_{0.05}$ と $r_{0.01}$	327
付表7 Spearman の順位相関係数 r_s の有意水準5% ($\alpha=0.05$) と1% ($\alpha=0.01$) の臨界値 $r_{s\ 0.05}$ と $r_{s\ 0.01}$	328
索引	329

Column

- 片側検定は要注意!45
- レポートや学術論文、研究につなぐ84
- 期待値を使った母平均 μ をもう少し詳しく89
- 「不偏分散」という隠語97
- 離散型と連続型の母平均 μ と母分散 σ^2 の定義..110
- 別々の偏差平方和を計算する理由181
- 合算標準偏差 s_p のもう1つの定義式182
- SS_{within} の実際の計算208
- SS_{between} の実際の計算215
- SS_{total} の実際の計算217

■ 正誤表・更新情報

<https://www.yodosha.co.jp/textbook/book/7027/index.html>



本書発行後に変更、更新、追加された情報や、訂正箇所のある場合は、上記のページ中ほどの「正誤表・更新情報」を随時更新お知らせします。

■ お問い合わせ

<https://www.yodosha.co.jp/textbook/inquiry/other.html>



本書に関するご意見・ご感想や、弊社の教科書に関するお問い合わせは上記のリンク先からお願いします。